# №10-1

Существуют три таких числа, что ни одно из них не целое, а произведения любых двух из них — целое.

$\frac{21}{5}, \frac{35}{3}, \frac{30}{7}$ $\qquad \frac{21}{5}\cdot\frac{35}{3}=49 \qquad \frac{21}{5}\cdot\frac{30}{7}=18 \qquad \frac{35}{3}\cdot\frac{30}{7}=50$

7б

Докажем это в общем виде

$\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{m}{n}$ — несократимые дроби

$k, l, p$ — целые числа

$$\begin{cases} \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=k \\ \frac{a}{b}\cdot\frac{m}{n}=l \\ \frac{c}{d}\cdot\frac{m}{n}=p \end{cases}$$

$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=k \Rightarrow \frac{a}{d}\ \frac{c}{b}$ — $a$ делится на $d$, $c$ делится на $b$

Тогда, $\frac{a}{d}$ — целое число

$\frac{c}{b}$ — целое число

$\frac{a}{n}$ — целое число

$\frac{m}{b}$ — целое число

$\frac{m}{d}$ — целое число

$\frac{c}{n}$ — целое число

Перемножим ~~лев.~~ равенства в системе

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{m}{n}\cdot\frac{c}{d}\cdot\frac{m}{n}=\underbrace{klp}_{\text{целое число}}$$

Применим переместительное свойство

$$\underbrace{\frac{a}{d}}_{ц.ч.}\cdot\underbrace{\frac{c}{b}}_{ц.ч.}\cdot\underbrace{\frac{a}{n}}_{ц.ч.}\cdot\underbrace{\frac{m}{b}}_{ц.ч.}\cdot\underbrace{\frac{m}{d}}_{ц.ч.}\cdot\underbrace{\frac{c}{n}}_{ц.ч.}=\overbrace{klp}^{\text{целое число}}$$

~~целое число~~

что и требовалось доказать

# №10-2

7б

Дано:

$a\ b\ c$ — арифметическая прогрессия

$a\neq0,\ b\neq0,\ c\neq0$

Доказать, что $ax^2+2\sqrt{2}\,bx+c=0$ имеет два различных корня

Доказательство:

Пусть $d$ - разность арифм. прогр., тогда

$b = a + d$

$c = b + d = (a + d) + d = a + 2d$

$ax^2 + 2\sqrt{2}\,bx + c = 0$ имеет два корня, если $D > 0$

$ax^2 + 2\sqrt{2}\,(a+d)x + (a+2d) = 0$

$a = a$, $\quad b = 2\sqrt{2}\,(a+d)$, $\quad c = a + 2d$

$k = \sqrt{2}\,(a+d)$

$D_1 = k^2 - ac = (\sqrt{2}\,(a+d))^2 - a(a+2d) = 2a^2 + 4ad + 2d^2 - a^2 - 2ad =$

$= a^2 + 2ad + 2d^2 = (a+d)^2 + d^2$

Т.К. $d^2 \neq 0$ по условию, то

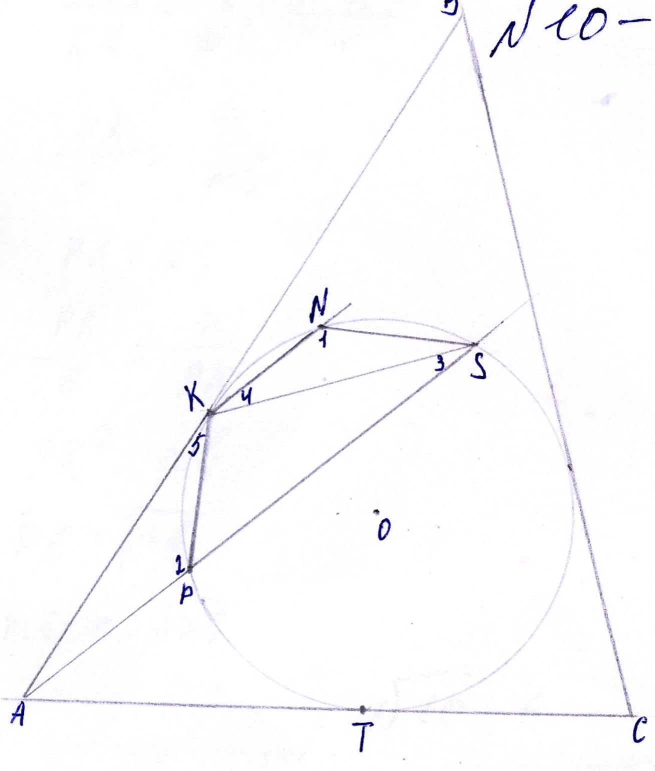
$(a+d)^2 + d^2 > 0$ всегда, значит уравнение

$ax^2 + 2\sqrt{2}\,bx + c = 0$ имеет два корня, что и

требовалось доказать.

№10-4

7б.




Дано:

$\Delta ABC$

O - центр вписанной окружности

$KN \parallel AP$

$AP = a$, $KN = b$

Найти: $PK$

Решение:

Прямая $AP$ пересекается с окружностью также в точке $S$. Т.К. $KN \parallel AS$ и в окружность можно вписать только равнобедренную трапецию, получим равнобедренную трапецию $PKNS$, в которой $KP = NS$, $KN \parallel PS$

Докажем, что $\triangle SKN \sim \triangle AKP$

проведём секущую $KS$ при параллельных прямых $KN \parallel PS$

$\angle 1 = 180° - \angle KPS$ - противоположные углы вписанной равнобедренной трапеции

$\angle 2 = 180° - \angle KPS$ - смежные углы, значит

$\angle 1 = \angle 2$

$\angle 3 = \angle 4$ - накрест лежащие

$\angle 5 = \frac{1}{2} \smile KP$ - угол между хордой и касательной

$\angle 3 = \frac{1}{2} \smile KP$ - вписанный угол, значит

$\angle 5 = \angle 3$, тогда $\angle 5 = \angle 4$

Тогда $\triangle SKN \sim \triangle APK$, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 5 = \angle 4$

$\Downarrow$

$$\frac{PK}{KN} = \frac{AP}{NS} = \frac{AK}{KS}$$

$$\frac{PK}{b} = \frac{a}{NS}$$

$PK = NS$

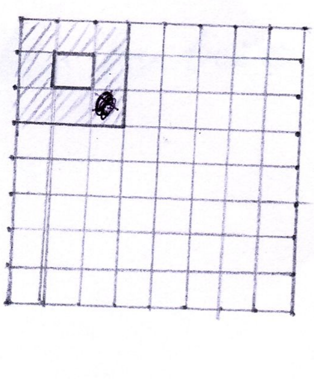
$$\frac{PK}{b} = \frac{a}{PK}$$

$PK^2 = ab$

$PK = \sqrt{ab}$

Ответ: $\sqrt{ab}$

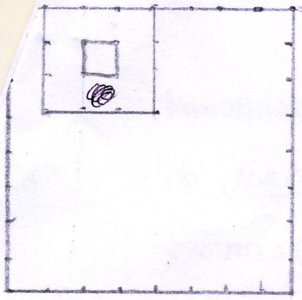
№ 10-6 2б

1. 

1 случай.

Фигура „боевой бублик" находится в одном из углов.

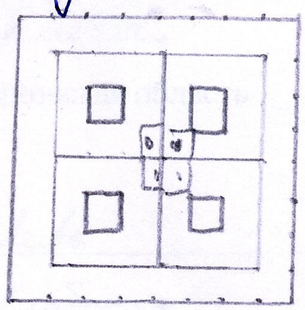
Имеет 4 варианта хода.



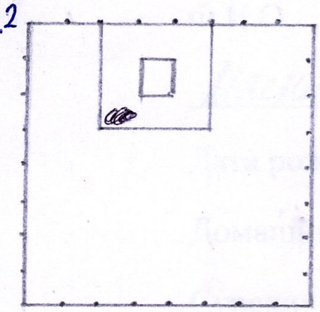
2 случай

Фигура прилегает к одной из сторон
Имеет 8 вариантов хода.

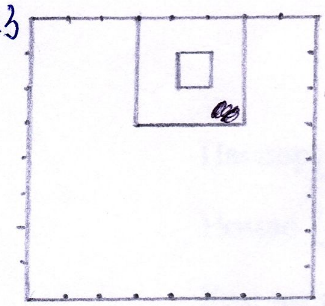
3 случай.
Когда фигуры не прилегают к сторонам. Имеет 4 варианта хода



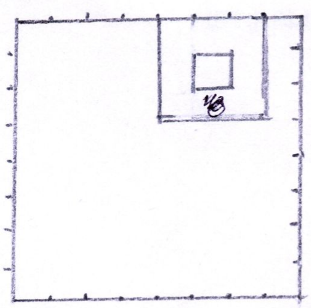
2.2



2.3



2.4



для всех 4 сторон
8 вариантов

Ответ: во всех случаях минимальное число ходов 12.

23 б.